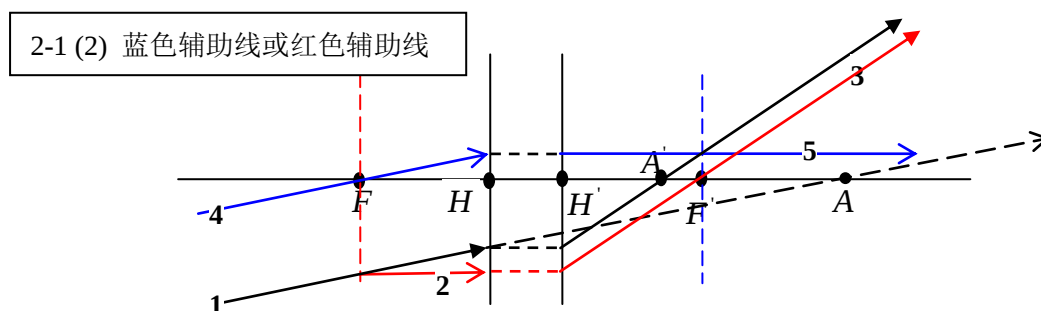


方法：红色辅助线：

1. 过物点 A 做任一条光线 1；
2. 过物方焦点 F 做物方焦平面（红色辅助线）与光线 1 相交；
3. 过第 2 步所得交点做平行于光轴的光线（红色辅助线），过光组后过像方焦点 F' 出射，得到出射光线 2（红色辅助线）；
4. 则光线 1 过光组后的出射光线应平行于光线 2 出射，得到光线 3.

蓝色辅助线：

1. 过物点 A 做任一条光线 1；
2. 过物方焦点 F 做平行于光线 1 的辅助光线 4(蓝色辅助线)，过光组后应平行于光轴出射，得到光线 5（蓝色辅助线）；
3. 过像方焦点 F' 做像方焦平面（蓝色辅助线）与光线 5 相交；
4. 则光线 1 过光组后的出射光线应过第 3 步所得交点出射。



方法：红色辅助线：

1. 做任一条虚线延长线过物点 A 的光线 1；
2. 过物方焦点 F 做物方焦平面（红色辅助线），与光线 1 相交；
3. 过交点做平行于光轴的光线 2（红色辅助线），过光组后过像方焦点 F' 出射得到光线 3；
4. 则光线 1 过光组后平行于光线 3 出射。

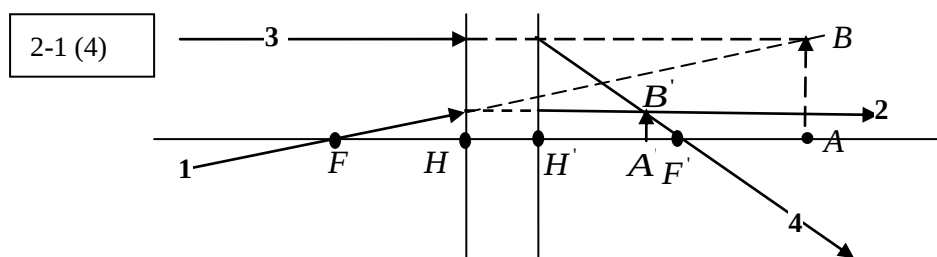
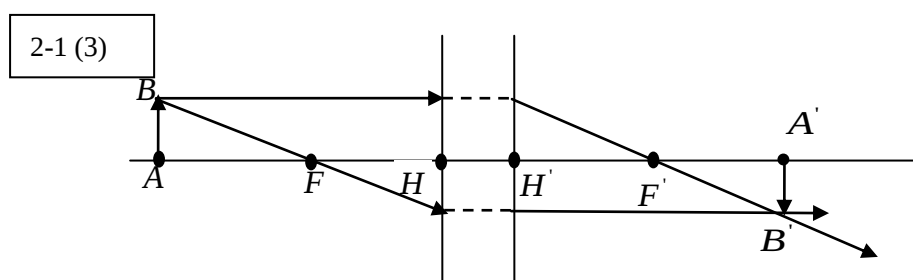
蓝色辅助线：

1. 做任一条虚线延长线过物点 A 的光线 1；
2. 过物方焦点 F 做平行于光线 1 的蓝色辅助光线 4；
3. 光线 4 过光组后应平行于光轴出射得到蓝色辅助光线 5；
4. 过像方焦点 F' 做像方焦平面与光线 5 相交；
5. 则光线 1 过光组后应过第 4 步所得交点出射。

常见错误做法：

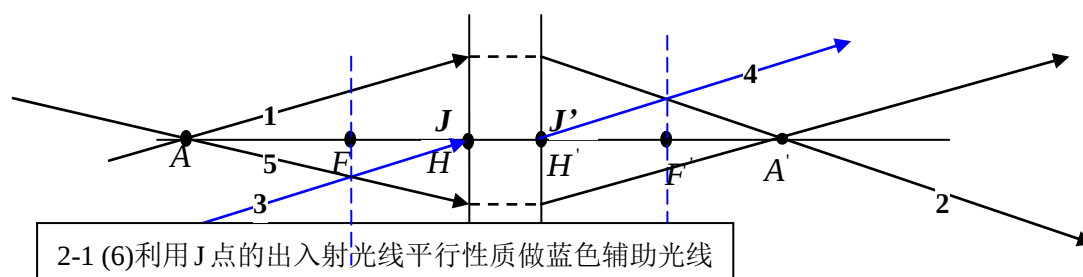
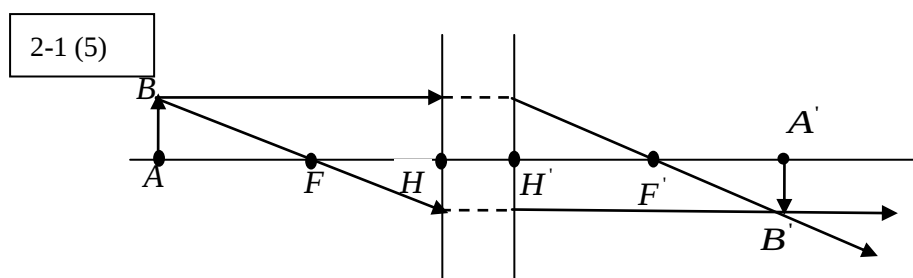
认为光路可逆，就按照第（1）题的做法从物点 A 画出实际光线。但是本题目所给

为虚物 A，所以不能有实际入射光线从 A 点发出，而是实际入射光线的延长线过 A 点。



方法：

1. 连物方焦点 F 与虚物点 B 得到入射光线 1（在光组左边为实线，光组右边为虚线）；
2. 光线 1 过光组后应平行于光轴出射得到光线 2；
3. 过 B 点做平行于光轴的入射光线 3（在光组左边为实线，光组右边为虚线）；
4. 光线 3 过光组后应过像方焦点 F' 出射得到光线 4；
5. 光线 2 与光线 4 的交点为像点 B'，然后得到像 A'B'。



方法：

1. 过物点 A 做任一条入射光线 1（光轴以上那条），过光组后经像点 A' 出射得到光线 2；

2. 过物方节点 J 做平行于光线 1 的蓝色辅助光线 3，则此光线过光组后从像方节点 J' 以平行于入射光线 3 的方向出射，得到出射光线 4（蓝色辅助线）；
3. 由光线 2 与光线 4 的交点做垂直于光轴的蓝色辅助线，即为像方焦平面，垂足为像方焦点 F' ；
4. 同理，过物点 A 做任一条入射光线 5（光轴以下那条），与光线 3 相交得到交点；
5. 过交点做垂直于光轴的蓝色辅助线，即为物方焦平面，垂足为物方焦点 F 。

常见错误（局限）做法：

1. 过物点 A 做垂直光轴的辅助线得到物平面，在物平面上任取一点做一条过节点的入射光线 a ，过光组后与入射光线平行出射得到光线 b ，再从物平面上同一点做平行于光轴的入射光线 c ，过光组后平行于光线 b 出射得到光线 d ，光线 d 与光轴交点为像方焦点 F' 。

关键错误在于，只有物方焦平面出来的同心光束，才会在像方以平行光束出射，而上述错误做法里的同心光束是从物平面出来的，不是从物方焦平面出来的。

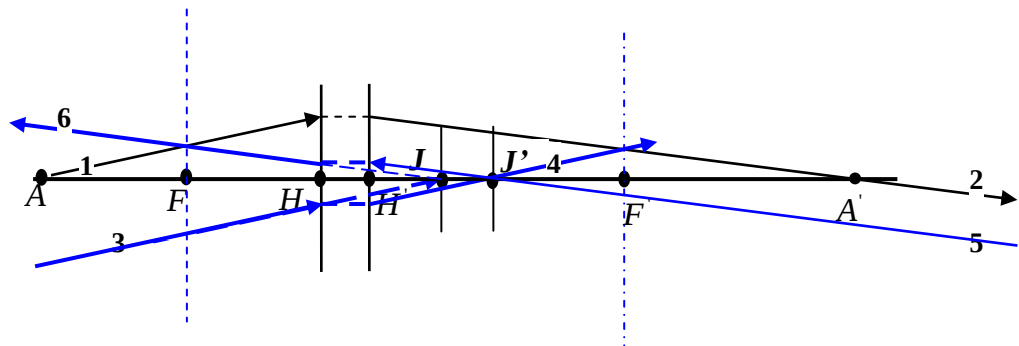
2. 利用本题恰好主点和节点重合的性质，误认为会有 $\beta = -1$ ，所以在光轴两侧做出同样高的物和像，再利用平行光轴的光线来确定焦点所在。

关键错误在于，主点和节点重合，只表明物像两方的介质折射率相同，由式（2-19）和

（2-14）可知， $\gamma = \frac{1}{\beta} = \frac{l}{l'}$ ，是不一定等于 1 或 -1 的，所以不应该利用物像等高来做。如

果非要说题目中的物像距看起来好像是等大反号的，那就有局限性了。如果给你的物像距明显不等，用这种做法就不能做了。

※2-1 (6) 若主点、节点不重合的情况，作图如下：

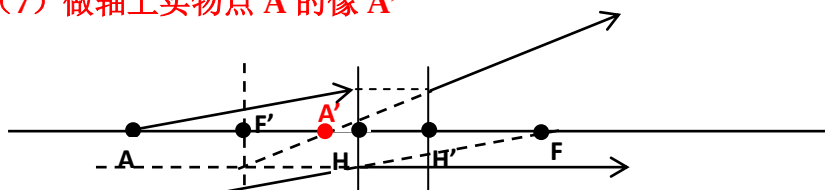


方法：

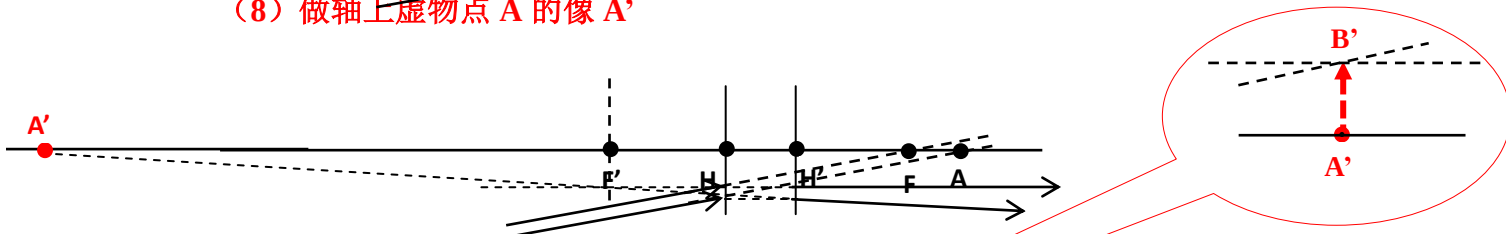
1. 过物点 A 做任一条入射光线 1，过光组后经像点 A' 出射得到光线 2；
2. 过物方节点 J 做平行于光线 1 的蓝色辅助光线 3（延长线过节点 J ），则此光线过光组后过像方节点 J' 以平行于入射光线 3 的方向出射，得到出射光线 4（蓝色辅助线）；
3. 由光线 2 与光线 4 的交点做垂直于光轴的蓝色辅助线，即为像方焦平面，垂足为像方焦点 F' ；
4. 利用光线可逆原理，以 A' 为物、 A 为像，则同上理，过 J' 做蓝色辅助线 5 平行于光线 2，则此光线过光组后过 J 以平行于入射光线 5 的方向出射，得到出射光线 6（反向延长线过 J 点）；
5. 过光线 1 和光线 6 的交点做垂直于光轴的蓝色辅助线，即为物方焦平面，垂足为物方焦点 F 。

附加：

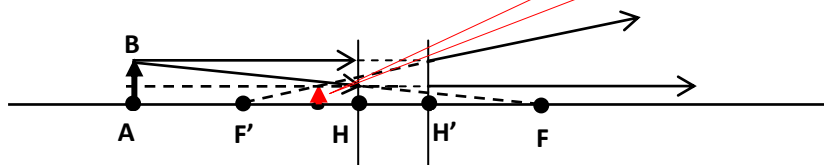
(7) 做轴上实物点 A 的像 A'



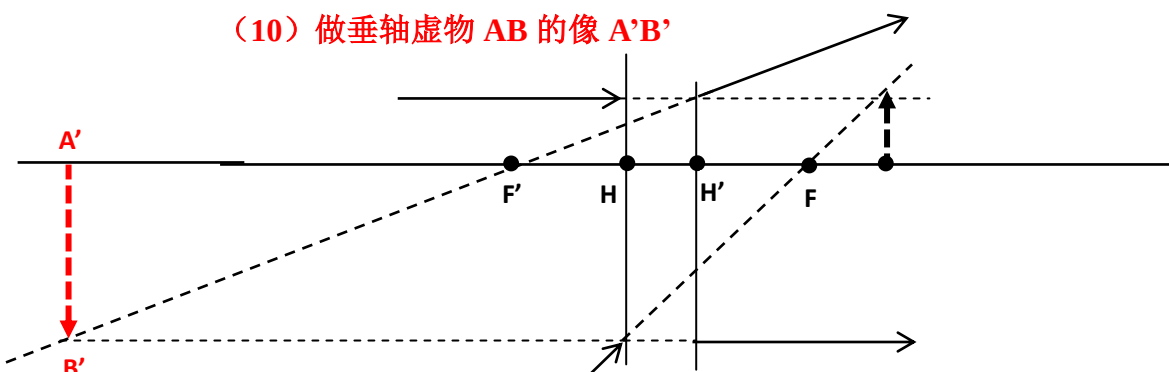
(8) 做轴上虚物点 A 的像 A'



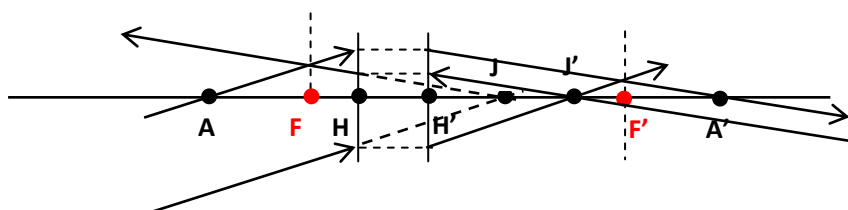
(9) 做垂轴实物 AB 的像 A'B'



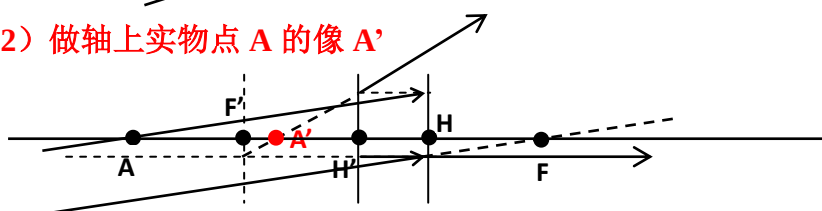
(10) 做垂轴虚物 AB 的像 A'B'



(11) 画出焦点 F、F' 的位置



(12) 做轴上实物点 A 的像 A'



2-2 解:

单透镜成像, 有已知 $\beta = \frac{l'}{l}$, $\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}$, 以及 l 与 l' 的共轭关系。

(1) 实物 (l 为负), $\beta = -4$ (放大, 倒立)

$$\text{则有: } \beta = \frac{l'}{l} = -4 \Rightarrow l' = -4l,$$

$$\text{又有 } -l + l' = 250, \therefore l = -50\text{mm}, l' = 200\text{mm},$$

$$\therefore f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{200} - \frac{1}{-50}\right)} = 40\text{mm}$$

(2) 实物 (l 为负), $\beta = -\frac{1}{4}$ (倒立, 缩小)

$$\text{则有 } \beta = \frac{l'}{l} = -\frac{1}{4} \Rightarrow l = -4l',$$

$$\text{又有 } -l + l' = 250, \therefore l' = 50\text{mm}, l = -200\text{mm},$$

$$\therefore f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{50} - \frac{1}{-200}\right)} = 40\text{mm}$$

(3) 虚物 (l 为正), $\beta = -4$ (放大, 倒立)

$$\text{则有 } \beta = \frac{l'}{l} = -4 \Rightarrow l' = -4l,$$

$$\text{又有 } -l' + l = 250, \therefore l = 50\text{mm}, l' = -200\text{mm},$$

$$\therefore f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{-200} - \frac{1}{50}\right)} = -40\text{mm}$$

(4) 虚物 (l 为正), $\beta = -\frac{1}{4}$ (缩小, 倒立)

$$\text{则有 } \beta = \frac{l'}{l} = -\frac{1}{4} \Rightarrow l = -4l'$$

$$\text{又有 } -l' + l = 250, \therefore l = 200\text{mm}, l' = -50\text{mm}$$

$$\therefore f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{-50} - \frac{1}{200}\right)} = -40\text{mm}$$

2-6 解:

$$\text{已知 } \varphi = 50D = 50 \times \frac{1}{1m} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = 20mm, f = -f' = -20mm,$$

牛顿公式: (已知 $x = -180mm$)

$$xx' = ff' \Rightarrow x' = \frac{-20 \times 20}{-180} = \frac{20}{9}(mm), \text{ 即像在像方焦点 } F' \text{ 后 } \frac{20}{9}mm \text{ 处。}$$

高斯公式: (由主物距定义可知 $-l = -x + (-f) = 200 \Rightarrow l = -200mm$)

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{l'} - \frac{1}{-200} = \frac{1}{20} \Rightarrow l' = \frac{200}{9}mm, \text{ 即像在像方主点 } H' \text{ 后}$$

$\frac{200}{9}mm$ 处。

$$\therefore \beta = \frac{l'}{l} = \frac{200}{9} \times \left(-\frac{1}{200}\right) = -\frac{1}{9}, \therefore y' = \beta y = -\frac{60}{9}mm,$$

$$\gamma = \frac{1}{\beta} = -9, \alpha = \beta^2 = \frac{1}{81} = 0.0123。$$

2-11 解:

由三光组光路示意图 2-13 可知, 组合系统的像方焦距和焦点位置由下式可得:

$$\begin{cases} l'_F = \frac{h_3}{\tan u'_3} \\ f' = \frac{h_1}{\tan u'_3} \end{cases}, \text{ 而 } h_1 \text{ 为入射高度, 可自定义, 为已知, 所以关键是求出 } h_3 \text{ 和 } \tan u'_3。$$

由正切计算法递推公式 (2-38) 可得: (取 $u_1 = 0, h_1 = f'_1$)

$$\tan u'_1 = \tan u_1 + \frac{h_1}{f'_1} = 0 + 1 = 1 = \tan u_2 \Rightarrow h_2 = h_1 - d_1 \tan u'_1 = 100 - 10 \times 1 = 90(mm)$$

$$\tan u'_2 = \tan u_2 + \frac{h_2}{f'_2} = 1 + \frac{90}{50} = \frac{14}{5} = \tan u_3 \Rightarrow h_3 = h_2 - d_2 \tan u'_2 = 90 - 10 \times \frac{14}{5} = 62(mm)$$

$$\tan u'_3 = \tan u_3 + \frac{h_3}{f'_3} = \frac{14}{5} + \frac{62}{-50} = \frac{78}{50}$$

$$\therefore f' = \frac{h_1}{\tan u'_3} = 100 \times \frac{50}{78} \approx 64.10(mm) \frac{\Delta}{=} H'F'$$

$$l'_F = \frac{h_3}{\tan u'_3} = 62 \times \frac{50}{78} \approx 39.74(mm) \frac{\Delta}{=} H'_3F'$$

即合成光组的像方焦点 F' 位于光组 3 的像方主点 H'_3 后 $39.74mm$ 处, 合成光组的像方主点 H' 位于像方焦点 F' 前 $64.10mm$ 处; 又由题意可知, 光组位于同一介质空气中, 所以像方

节点 J' 与像方主点 H' 重合。

常见错误做法：

把透镜 1 和透镜 2 作为双光组，用式 (2-26) 算出合成焦距 f'_{12} ，这一步可以这样做，没错。

又把 1、2 的合成光组当作一个新的单光组，跟透镜 3 作为新的双光组考虑，继续用式 (2-26) 求合成焦距，这个思路也没有错，但问题在于：**后面这个双光组的间距 d ，不再是题目中给的 d_2 了！**

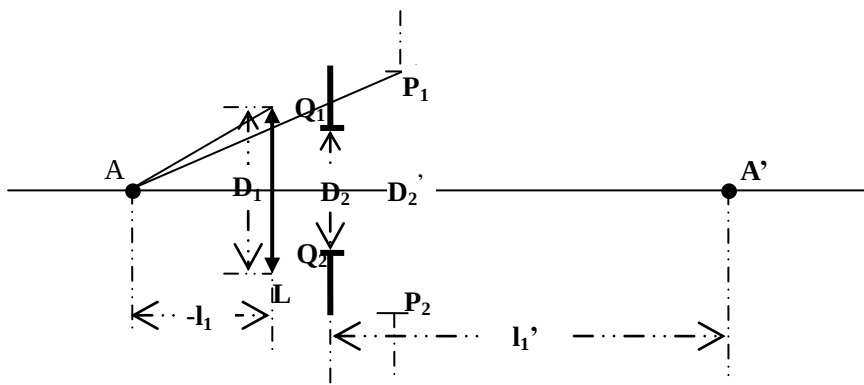
因为题目中所给 d_2 是指透镜 2 到透镜 3 的间距，而如果按照前面的思路，再一次套用公式 2-26 时，公式里的间距 d 应该为透镜 1、2 合成的新光组所在位置，到透镜 3 的距离。

错就错在把题目中的 d_2 当成再一次计算的 d 。

要按照上述思路来得到正确的结果，需要算出透镜 1、2 合成的新光组的位置所在，才能得到新的光组间距 d ，比较麻烦。

正因为这种思路容易出错，所以我们才推荐掌握“正切法”来进行多光组的计算。

2-16 解：



$$\text{由 } \frac{1}{l_1'} - \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{l_1' l_1}{l_1 - l_1'} = \frac{60 \times (-30)}{-30 - 60} = 20(\text{mm})$$

本题有两个光阑：透镜 L 和光孔 Q_1Q_2 ，首先应找出谁是孔径光阑：

所以首先应分别找出这两个光阑分别经由其前级光学系统形成的像；

(1) 对于透镜 L，其前级没有别的光学系统，所以 L 经由其前级光学系统形成的像就是它本身；

(2) 对于光孔 Q_1Q_2 ，要想求出它经由它前级光学系统（即透镜 L）成的像，就相当于把 Q_1Q_2 当成物，在右侧，透镜在左成像，因此这时的光路方向其实应该是从右到左为正，反之则为负（与常规的符号规定相反，是因为常规的光路方向是物在左，透镜在右的）。

$\therefore$ 对于光孔 Q_1Q_2 ，经由它前级光学系统（即透镜 L）成像的过程中，有：

$$l_2 = -10\text{mm}, f' = 20\text{mm}, \therefore l_2' = \frac{l_2 f'}{l_2 + f'} = \frac{-10 \times 20}{-10 + 20} = -20(\text{mm})$$

由这时的光路符号规定，这个 -20mm，应该是由 L 出发，向右 20mm 处，即 P_1P_2 处，

此处即为光孔 Q_1Q_2 ，经由它前级光学系统（即透镜 L ）成的像所在位置， P_1P_2 是对应的像。

接下来要求得像的大小才能知道物点 A 对此像的张角大小。

$$\text{由 } \beta = \frac{l'_2}{l_2} = \frac{-20}{-10} = 2 = \frac{D'_2}{D_2} \Rightarrow D'_2 = 2D_2 = 44(mm)$$

(3) 由物点 A 向 L 和 P_1P_2 分别引张角，见图示，则

$$\tan \theta_{D_1} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}, \tan \theta_{D'_2} = \frac{22}{30+20} < \frac{1}{2}, \text{明显可知后者更小,}$$

所以 P_1P_2 对应的物 Q_1Q_2 即为孔径光阑。

(4) 孔径光阑经由前级光学系统所成的像即为入瞳，所以可知 P_1P_2 即为入瞳；

孔径光阑经由后级光学系统所成的像即为出瞳，而 Q_1Q_2 之后没有别的光学系统，所以 Q_1Q_2 本身就是出瞳。

※若物点 A 向远离透镜方向再移动 $30mm$ ，则此时系统的孔径光阑、入瞳和出瞳又如何？

此时则有：

$$\tan \theta_{D_1} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}, \tan \theta_{D'_2} = \frac{22}{60+20} > \frac{1}{4},$$

所有透镜 L 为孔径光阑，也是入瞳，同理，出瞳也是透镜 L 本身。

※若原题目中改为 $l_2 = -18mm$ （物点 A 位置还是原来的透镜前 $30mm$ 处），则不同的地方（其他相同地方不再写出）为：

$$\therefore l'_2 = \frac{l_2 f'}{l_2 + f'} = \frac{-18 \times 20}{-18 + 20} = -180(mm),$$

$$\beta = \frac{l'_2}{l_2} = \frac{-180}{-18} = 10 = \frac{D'_2}{D_2} \Rightarrow D'_2 = 10D_2 = 220(mm),$$

$$\tan \theta_{D_1} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}, \tan \theta_{D'_2} = \frac{110}{30+180} = \frac{11}{21} > \frac{1}{2}, \text{明显可知前者更小,}$$

所以 D_1 对应的物透镜 L 即为孔径光阑。

孔径光阑经由前级光学系统所成的像即为入瞳，所以透镜 L 即为入瞳。同理，出瞳也是透镜 L 本身。