

第 7 章 微分方程—求积分方程综合

1. 求连续函数 $f(x)$ 使它满足 $\int_0^1 f(tx)dt = f(x) + x \sin x$ 。

2. 设连续函数 $y(x)$ 满足方程 $y(x) = \int_0^x y(t)dt + e^x$ ，求 $y(x)$ 。

3. 设函数 $\varphi(x)$ 连续，且满足 $\varphi(x) = e^x + \int_0^x t\varphi(t)dt - x \int_0^x \varphi(t)dt$ ，求 $\varphi(x)$ 。

4. 设 $f(x) = \sin x - \int_0^x (x-t)f(t)dt$ ，其中 $f(x)$ 为连续函数，求 $f(x)$ 。

5. 已知某曲线在第一象限内且过坐标原点，其上任一点 M 的切线 MT ， M 的纵坐标 MP ， x 轴所成的三角形 MPT 的面积与曲边三角形 OMP 的面积之比恒为常数 ($k > \frac{1}{2}$)，又知道点 M 处的导数总为正，试求该曲线的方程。