

填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

1. 一射手对同一目标独立地进行四次射击, 若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$, 则该射手的命中概率为 _____.
2. X 服从区间 $[1, 5]$ 上的均匀分布, 当 $a < 1 < b < 5$ 时 $P(a \leq X \leq b) =$ _____.
3. 设 X, Y 为随机变量, 且 $D(X+Y)=7, D(X)=4, D(Y)=1$, 则相关系数 $\rho_{XY} =$ _____.
4. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 为随机变量序列, $\{X_n\}$ 依概率收敛于 a 是指 _____.

二. 选择题 (每小题 4 分, 共 16 分)

1. 已知袋中有 7 个白球, 2 个红球, 不放回的抽球两次, 一次一球, 已知第一次抽到红球, 则第二次抽到红球的概率是 ().
 A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{45}$ D. $\frac{1}{25}$
2. 对于随机变量 X, Y , 若 $E(XY) = E(X)E(Y)$, 则下列选项中有 () 一定成立.
 A. $D(XY) = D(X) \cdot D(Y)$; B. $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$;
 C. X 与 Y 独立; D. X 与 Y 不独立.
3. 任何一个连续型随机变量的概率密度函数 $f(x)$ 一定满足 ().
 A. $0 \leq f(x) \leq 1$; B. 在定义域内单调不减;
 C. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$; D. $f(x) > 1$.

七、(10 分) 据以往的统计资料得知, 我国健康成年男子的每分钟脉搏次数服从 $N(72, 6.4^2)$, 现从某体院男生中, 随机抽出 25 人, 测出他们平均脉搏为 72.6 次/分, 如果标准差不变, 试检验该体院男生的脉搏与一般健康成年男子的脉搏有无显著差异?

(取 $\alpha = 0.05$) (附: $u_{0.025} = 1.96, u_{0.95} = 1.64$)

八、(6 分) 设 X_1, X_2 是来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 其中未知参数 $\sigma > 0$.

已知 $\hat{\sigma} = a|X_1 - X_2|$ 是 σ 的无偏估计量, 求 a .

五、(12 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 2Ax, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

求: (1) 系数 A (2) X 落到 $(-0.3, 0.7)$ 内的概率。

六、(16 分) 已知二维随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 12e^{-3x-4y}, & x > 0, y > 0 \text{ 时,} \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 求 X 的概率密度函数与 Y 的概率密度函数。

(2) X, Y 是否相互独立?

(3) 求 $P\{0 < X \leq 1, 0 < Y \leq 2\}$ 。