

桂林电子科技大学《概率论与数理统计》

2023-2024学年第一学期期末试卷

班级名称: _____ 学号: _____ 姓名: _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分值	20	10	10	10	10	6	8	10	12	4	100
得分											
阅卷人											

一、填空题（每空 2 分，共 20 分）

1. 设 A 、 B 为随机事件, $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(B|A)=0.8$, 则 $P(B \cup A)$ = _____;

2. 一射手对同一目标独立地进行四次射击, 若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$, 该射手的命中率为 _____;

3. 设离散型随机变量 X 分布律为 $P\{X=k\}=\frac{5a}{2^k}$ ($k=1,2,\dots$) 则 $a=$ _____;

4. 若随机变量 Y 在 $(1,6)$ 上服从均匀分布, 则方程 $x^2+Yx+1=0$ 有实根的概率是 _____;

5. 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 其中 $X_1 \sim b(5, 0.2)$, $X_2 \sim N(0, 4)$, X_3 服从参数为 3 的泊松分布, 记 $Y=X_1-2X_2+3X_3$, 则 $D(Y)=$ _____;

6. 若 X 和 Y 相互独立, 且 $X \sim N(1, 4), Y \sim N(3, 8)$, 则 $\frac{1}{2}(X-Y) \sim$ _____

7. 已知随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0.4, & -1 \leq x < 1 \\ 0.8, & 1 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$,

则 X 的分布律为 _____;

8. 设 X 的数学期望为 $E(X)$, 方差为 σ^2 , 利用切比雪夫不等式估计, 则

$P(|X - E(X)| > 3\sigma)$ _____;

9. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自总体的样本, σ^2 未知, 则均值 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间是_____;

10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自总体的一组样本, μ, σ^2 未知, 则检验 $H_0: \mu = 0, H_1: \mu \neq 0$, 采用的统计量是_____;

二、单项选择题 (每题 2 分, 共 10 分)

1. 设 A, B 为两随机事件, 且 $B \subset A$, 则下列式子正确的是 ()

- A、 $P(A \cup B) = P(A)$ B、 $P(AB) = P(A)$
C、 $P(B|A) = P(B)$ D、 $P(B - A) = P(B) - P(A)$

2. 设 $X \sim N(\mu, 4^2), Y \sim N(\mu, 5^2)$, $P_1 = P(X \leq \mu - 4)$, $P_2 = P(Y \geq \mu + 5)$ 则下列正确的是 ()

- A、 对任何实数 μ , 都有 $P_1 = P_2$ B、 对任何实数 μ , 都有 $P_1 < P_2$
C、 只 对 μ 个别值, 才有 $P_1 = P_2$ D、 对任何实数 μ , 都有 $P_1 > P_2$

3. 设 X 和 Y 方差存在且大于 0, 则 X 和 Y 相互独立是 X 和 Y 不相关的 ()

- A、 充分必要条件 B、 充分但非必要条件
C、 必要但非充分条件 D、 既非充分也非必要条件

4. 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, X_3 是样本, μ 已知, σ^2 未知, 则下列表达式中不是统计量的为 ()

- A、 $X_1 + X_2 + X_3$; B、 $\max\{X_1, X_2, X_3\}$; C、 $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$; D、 $X_1 + 3\mu$

5. 设 X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的样本, $EX = \mu$, 则 () 是 μ 的最有效估计:

- A、 $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{100} X_1 + \frac{1}{100} X_3$ B、 $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{6} X_1 + \frac{1}{3} X_2 + \frac{1}{2} X_3$
C、 $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{4} X_1 + \frac{1}{4} X_2 + \frac{1}{2} X_3$ D、 $\hat{\mu}_4 = \frac{1}{3} X_1 + \frac{1}{3} X_2 + \frac{1}{3} X_3$

三、(10 分) 一批产品分别由甲、乙、丙三车床加工，其中甲车床加工的占产品总数的 25%，乙车床加工的产品占 35%，其余的是丙车床加工的。又甲、乙、丙三车床加工时出现次品的概率分别为 0.05, 0.04, 0.02。今从中任取一件，试求

(1) 任取一件是次品的概率；

(2) 若已知取的一件是次品，则该次品是由甲车床加工的概率是多少？

四、(10 分) 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi(1+x^2)}, & -A < x < A \\ 0, & \text{else} \end{cases}$

求：(1) 常数 A ；(2) $P\{|X| < \frac{\sqrt{3}}{3}\}$ ；(3) 分布函数 $F(x)$ ；(4) $E(X), D(X)$ ；

五、(10 分) 若 (X,Y) 的分布律由下表给出:

$\begin{array}{c} X \\ Y \end{array}$	1	2	3
1	a	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
3	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	b

- (1) 求常数 a,b ; (2) 求 $P\{1 < X < 3, 0 < Y \leq 2\}$ (3) 求 X 与 Y 边缘分布律;
(4) 求 $X+Y$ 的分布律; (5) 求在 $X=2$ 的条件下 Y 的条件分布律;

六、(6 分) 某工厂的金属加工车间有 80 台机床, 它们的工作是相互独立的, 设每台机车的电动机都是 2 千瓦的, 由于资料检修等原因, 每台机床只有 70% 的时间在工作, 试求要供应该车间多少千瓦的电才能以 0.99 的概率保证此车间的生产用电? ($\Phi(2.33) = 0.99$)

七、(8 分) 设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为:

$$f(x,y)=\begin{cases} k, & 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求: (1) 常数 k ; (2) 求边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$ (3) X 与 Y 是否独立

八、(10 分) 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \lambda \alpha x^{\alpha-1} e^{-\lambda x^\alpha}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 其中 $\lambda > 0$

是未知参数, $\alpha > 0$ 是已知常数, 求 λ 的极大似然估计。

九、(12 分) 某种零件的椭圆度服从正态分布,改变工艺前抽取 16 件,测得数据 $\bar{x} = 0.081, s_x = 0.025$, 改变工艺后抽取 20 件,测得 $\bar{y} = 0.07, s_y = 0.02$ 问(1).改变工艺前后,方差有无明显的差异? (2)改变工艺前后,均值有无显著的差异? (α 均取 0.05, $F_{\frac{\alpha}{2}}(15,19) = 2.6171, F_{\frac{\alpha}{2}}(19,15) = 2.7559, t_{\frac{\alpha}{2}}(34) = 2.0322$)

十、证明题 (4 分) 若 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$; X 与 Y 相互独立, $X_1, X_2, \dots, X_m; Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 分布是 X 和 Y 的样本。证明:

$\frac{1}{m+n-2} \left[\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2 + \sum_{j=1}^n (Y_j - \bar{Y})^2 \right]$ 是 σ^2 的无偏估计。